



Aplicação das distribuições Weibull e Gumbel: um estudo de caso no cálculo da $Q_{7,10}$ do rio Ivaí

Adriana Strieder Philippsen¹, Edilaine Valéria Destefani¹ e Vânia Aparecida Paglia¹

¹Universidade Estadual do Paraná, *campus* de Paranavaí

RESUMO

Objetivou-se determinar a vazão mínima de sete dias consecutivos e período de retorno de 10 anos ($Q_{7,10}$) para três estações do rio Ivaí: Tereza Cristina, Porto Espanhol e Porto Paraíso do Norte no período de 1953 a 2015. A $Q_{7,10}$ foi estimada a partir das vazões diárias considerando a média móvel de sete dias consecutivos e período de retorno para 10 anos por meio das funções probabilísticas Weibull e Gumbel. Para estimar os parâmetros das distribuições de probabilidade foi utilizado o método dos momentos. Para verificar a aderência das distribuições de probabilidade foram utilizados os testes de Kolmogorov-Smirnov e Qui-quadrado. Os resultados mostraram que ambas as distribuições apresentaram aderência aos dados, porém existem indícios de que a distribuição Weibull apresentou melhor ajuste. Os valores estimados de $Q_{7,10}$ para as seções Tereza Cristina, Porto Espanhol e Porto Paraíso do Norte foram, respectivamente, $4,33m^3/s$, $13,12m^3/s$ e $65,38m^3/s$ usando a distribuição Gumbel e, com a distribuição Weibull foram, $4,66m^3/s$, $14,59m^3/s$ e $65,77m^3/s$.

Palavras chave: Distribuição Weibull. Distribuição Gumbel. $Q_{7,10}$. Recursos hídricos.

1 INTRODUÇÃO

O rio Ivaí está localizado no estado do Paraná e é afluente da margem esquerda do curso superior do rio Paraná. Segundo Destefani (2005), apresenta-se como uma unidade territorial que se sobrepõe em termos de produção agrícola e atividades agroindustriais e, por isso, deve ser utilizado com precaução sob o ponto de vista da gestão hídrica. Verifica-se também atividades que envolvem extração de água do rio para irrigação e despejo de poluentes clandestinos, já notada pela presença de espumas nas águas. Esses aspectos impõem a importância de se conhecer o potencial hídrico do seu regime de vazões de modo a conduzir atividades de forma mais planejada e coerente para evitar futuramente sequelas a esse rico corpo hídrico.

Com intuito de fornecer informações para compreender as características de formação de vazões mínimas é de suma importância o desenvolvimento eficiente e gestão integrada dos recursos hídricos. O estabelecimento de parâmetros para outorga de uso da água constitui um fator que influencia a gestão de conflitos pelo uso da água em situações de estresse hídrico.

De acordo com ANA (2007) os critérios para concessão de outorga de uso de águas superficiais adotados nos Estados brasileiros estão fundamentados na disponibilização de um fator percentual da vazão de referência para ser repartido entre os usuários. No Brasil cada Estado tem adotado critérios particulares para o estabelecimento de vazões de referência. Particularmente, o Estado do Paraná adota a Q_{95} , já em Minas Gerais e São Paulo utilizam a $Q_{7,10}$.

A $Q_{7,10}$ é a vazão mínima de sete dias consecutivos em um período de retorno de 10 anos, sendo estimada pela média móvel das vazões mínimas de sete dias consecutivos de cada ano para o período de retorno de 10 anos. Na literatura os índices mais comuns aplicados para a definição de vazões mínimas são $Q_{7,10}$, Q_{95} e Q_{90} e, com relação as distribuições de probabilidade mais utilizadas, estão as funções de distribuição de Gumbel e Weibull.

Diante disto, o presente estudo procura comparar as distribuições de probabilidades supracitadas para a modelagem e estimação de vazões mínimas. Os modelos estatísticos, quando aplicados à variáveis hidrológicas, são ferramentas que procuram associar, explicar e prever as variáveis às suas condições de ocorrência, promovendo um processamento mais refinado para descrever a ocorrência dos processos do ciclo hidrológico, podendo ser uma poderosa ferramenta no processo de decisão para uso na gestão de recursos hídricos.

2 METODOLOGIA

Para o cálculo da $Q_{7,10}$ foi utilizada uma série histórica de dados de 53 anos (março de 1953 a dezembro de 2015), referentes às vazões mínimas das estações hidrológicas Tereza Cristina, Porto Espanhol e Porto Paraíso do Norte, instaladas no rio Ivaí. O cálculo da Q_7 pelo tempo de retorno usando as distribuições Weibull e Gumbel são dadas por, respectivamente

$$Q_{Tr} = \beta * [-\ln(1 - Tr^{-1})]^{\frac{1}{\alpha}} \quad (1)$$

$$Q_{Tr} = \beta + \frac{\ln(-\ln(1 - Tr^{-1}))}{\alpha} \quad (2)$$

em que Tr é o tempo de retorno e α e β são os parâmetros das distribuições Weibull e Gumbel.

O cálculo das equações (1) e (2) foi realizado da seguinte maneira: foi selecionada, para cada ano da série histórica, a menor média móvel de 7 dias consecutivos. Com base nestes dados, obteu-se o valor de $Q_{7,10}$ para as distribuições de probabilidades Gumbel e Weibull estimando-se os parâmetros destas distribuições pelo Método dos Momentos (Harrington, 1968).

A literatura sugere que para a validação dos modelos de probabilidade sejam utilizados os testes de aderência de Kolmogorov-Smirnov (para maiores detalhes consultar Hollander et al, 2013) e Qui-quadrado (para maiores detalhes consultar Gibbons & Subhabrata, 1992). No primeiro teste é feita a comparação entre o máximo desvio em módulo resultante da diferença entre os valores de frequência observados $F(x)$, com o valor da distribuição teórica, $G(x)$. A estatística do teste foi calculada usando $D = \sup |F(x) - G(x)|$. Desta forma, a hipótese nula de igualdade entre as distribuições, será rejeitada quando $D \geq D_{ref,\alpha}$, no qual $D_{ref,\alpha}$ é o valor crítico um certo nível de significância. No segundo teste esta comparação será feita entre a soma do quadrado dos desvios entre as frequências esperadas e observadas, com o valor da distribuição teórica. Se o valor dessa diferença for elevado, há indícios de pouca aderência. Em ambos os testes, os p-valores foram calculados via Bootstrap. O nível de significância adotado será de 5%.

Todo o processo modelagem será realizado no software livre R Development Core Team (2010).

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta seção são apresentados alguns resultados para os valores da vazão mínima de sete dias consecutivos para as amostras das estações de Teresa Cristina, Porto Paraíso do Norte e Porto Espanhol. Reporta-se as medidas descritivas da Q_7 de cada estação na Tabela 1 e na Figura 1, a curva de permanência para cada estação. Observe que os valores da Q_7 são bastante diferentes para cada estação do rio e isso se deve ao fato de que o rio Ivaí apresenta uma topografia mais plana em determinadas áreas, recebendo a maior parte das águas drenadas pela maioria dos afluentes da bacia hidrográfica o que promove uma pequena redução da variabilidade entre máximos e mínimos (Destefani, 2005).

Tabela 1: Medidas descritivas das vazões mínimas Q_7 de cada estação do rio

Estação	Média	Desvio padrão	Mediana	Mínimo	Máximo
Teresa Cristina	10,84	4,98	9,74	4,29	27,88
Porto Paraíso do Norte	159,1	71,84	148	55	358
Porto Espanhol	36,08	17,59	33,00	12,00	90,00

Na Tabela 2 encontram-se as estimativas dos parâmetros, com o erro padrão entre parênteses, das distribuições Weibull e Gumbel para cada estação do rio Ivaí. Em seguida procedeu-se aos testes de aderência para verificar se os dados da Q_7 eram provenientes das distribuições supracitadas. Como todos os p-valores foram superiores a 5%, existem indícios estatísticos de que cada série de vazões é proveniente das distribuições.

Tabela 2: Estimativas dos parâmetros das distribuições de probabilidade de acordo com a estação do rio

Estação	Dist. Weibull		Dist. Gumbel	
	escala	forma	escala	locação
Porto Paraíso do Norte	179,268 (10,123)	2,384 (0,221)	191,442 (17,051)	0,017 (0,003)
Porto Espanhol	40,702 (2,751)	2,194 (0,228)	43,997 (2,92)	0,072 (0,051)
Teresa Cristina	12,215 (0,731)	2,338 (0,209)	13,080 (0,760)	0,257 (0,079)

As estimativas das vazões $Q_{7,10}$ são reportadas na Tabela 3. Observe que os valores de $Q_{7,10}$ conduziram a resultados similares para uma mesma estação fluviométrica independente da distribuição utilizada.

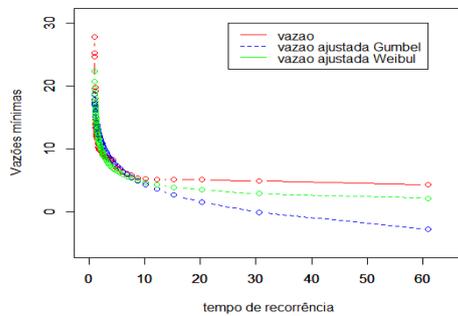
Tabela 3: Estimativas da $Q_{7,10}$, em m^3/s , de acordo com a estação e distribuição de probabilidade

Estação	Dist. Weibull	Dist. Gumbel
Porto Paraíso do Norte	69,775	65,383
Porto Espanhol	14,596	13,120
Teresa Cristina	4,665	4,335

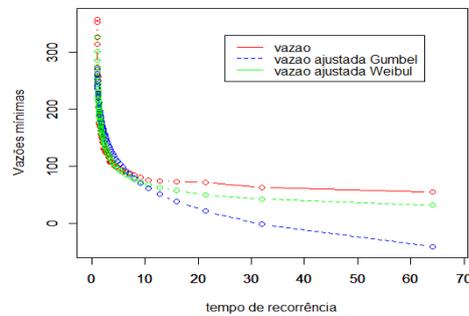
A Figura 1 mostra o ajuste dos dados reais da série histórica de vazões da Q_7 as distribuições Weibull e Gumbel para cada estação em estudo retorno. Pode-se perceber que houve um melhor ajuste da série para a distribuição Weibull (veja Tabela 4) e o ajuste com a distribuição Gumbel para os últimos valores da série foram subestimados pela distribuição.

Tabela 4: Valores dos critérios de informação de acordo com a estação e distribuição de probabilidade

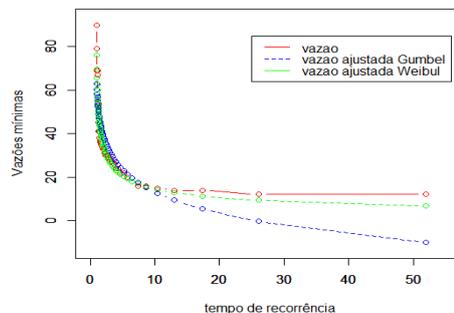
Estação	Gumbel		Weibull	
	AIC	BIC	AIC	BIC
Teresa Cristina	357.89	362.08	344.68	348.87
Porto Espanhol	433.05	436.92	428.94	432.81
Porto Paraíso do Norte	713.33	717.61	706.67	710.96



(a) Teresa Cristina



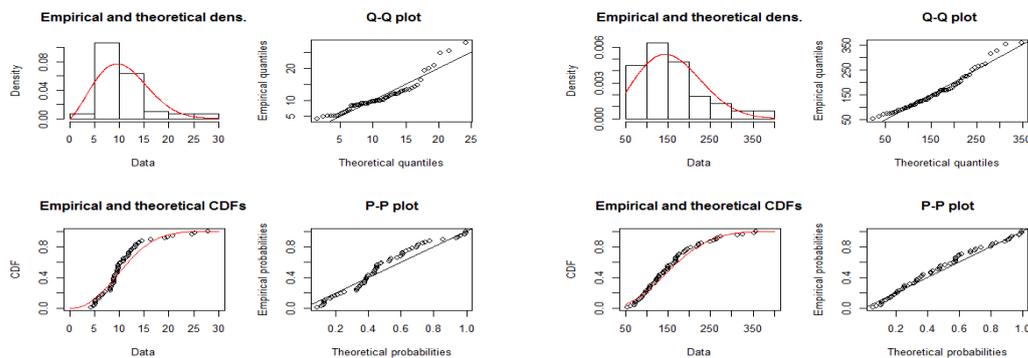
(b) Porto Paraíso do Norte



(c) Porto Espanhol

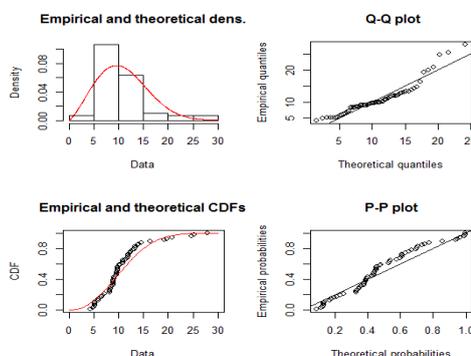
Figura 1: Ajustes para três as estações do rio Ivaí com cada distribuição de probabilidade

Por fim, apresenta-se na Figura 2, os gráficos de diagnóstico para cada uma das estações do rio Ivaí. Evidencia-se bom ajuste à série histórica de vazão de sete dias consecutivos.



(d) Teresa Cristina

(e) Porto Paraíso do Norte



(f) Porto Espanhol

Figura 2: Gráficos de diagnóstico usando a distribuição Weibull

4 CONCLUSÃO

As distribuições Weibull e Gumbel mostraram um bom ajuste para a série observada, porém a distribuição Weibull apresentou melhor aderência aos dados. A $Q_{7,10}$ ajustada pelas distribuições conduziram a resultados similares para as três estações do rio Ivaí.

Recomenda-se o uso de outras distribuições de probabilidade para o ajuste da série de vazões mínimas.

Referências

- [1] Agência Nacional de Águas (ANA). Sistema Nacional de Informações sobre Recursos Hídricos. Disponível em: <<http://www.ana.gov.br/portalsnirh/>>. Acesso em: Janeiro de 2017.
- [2] DESTEFANI, E. V. Regime hidrológico do rio Ivaí - PR. 2005. 93f. Dissertação (Mestrado em Geografia) - Centro de Ciências humanas, Letras e Artes - Departamento de Geografia, Programa de Pós-Graduação Mestrado em Geografia, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2005.
- [3] HARRINGTON, R. F. Field Computation by Moment Method, New York: Macmillan, 1968.
- [4] HOLLANDER, M.; WOLFE, D. A.; CHICKEN, E. Nonparametric statistical methods. John Wiley & Sons, 2013.
- [5] GIBBONS, J. D.; SUBHABRATA, C. Non parametric statistical inference. 3th. ed. New York: Marcel Dekker, 1992, p.544.
- [6] R Development Core Team. R: A Language and Environment for Statistical Computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0.